Groupe 3

**EXERCICE 1. (5 points)**

**Affirmation 1** : « la moyenne d'âge du groupe ainsi constitué est de 35 ans ».

**FAUX :** (moy = 36 ans)

**Affirmation 2** : « la probabilité qu'il soit habillé d'une seule couleur est 1/6».

**VRAI :** (3 x 4 = 12 possibilités, dont 2 « monochromes » : rouge-rouge et bleu-bleu)

**Affirmation 3** : « le triangle ABC représenté ci-contre est rectangle en A ».

**VRAI :** $\widehat{B} = \widehat{D} = 50°$ ; $\widehat{C} = 40°$, donc $\widehat{A} = 180° - (50° + 40°) = 90°$

**Affirmation 4 :** « la section d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 8 cm par un plan parallèle à son axe peut être un carré »

**VRAI :** $\widehat{B} = \widehat{D} = 50°$ ; $\widehat{C} = 40°$, donc $\widehat{A} = 180° - (50° + 40°) = 90°$

**Affirmation 5** : « la cuve pleine se vide en 2 heures et 6 minutes ».

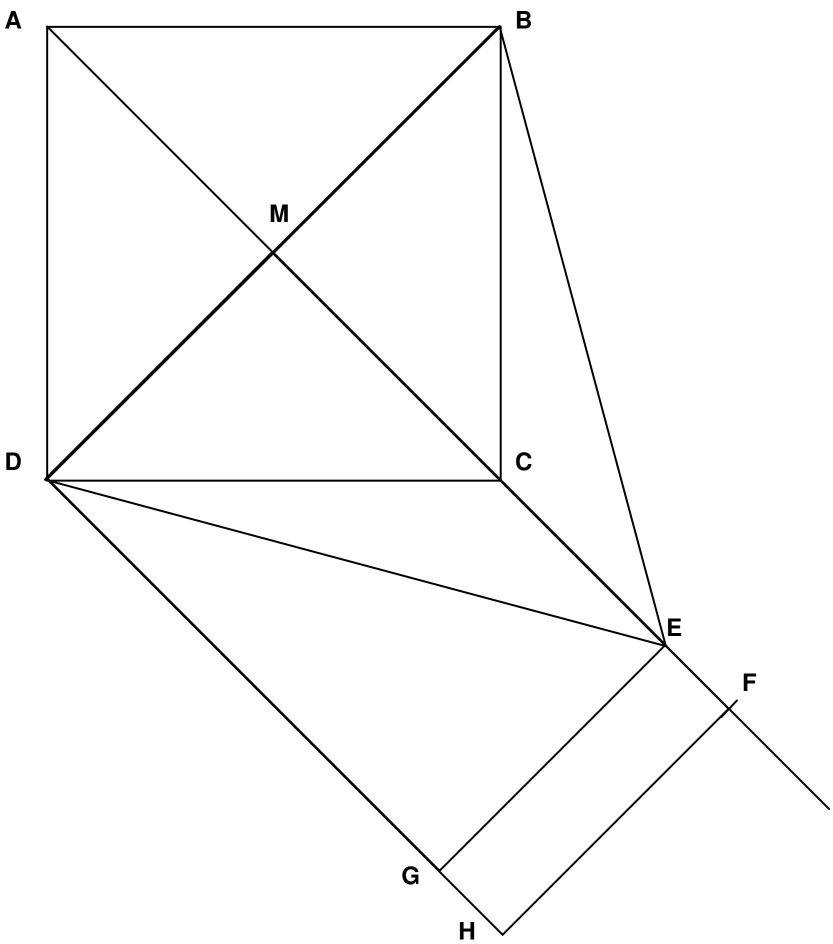
**VRAI :** on démontre qu'en 1h, les 2 robinets vident $\frac{10}{21}$ de la cuve. Il faut donc 2,1 h pour vider la cuve, soit 2 h 6 min.

**Affirmation 6** : « le graphique ci-dessous représente *V* en fonction de *h* ».

**FAUX :** Le graphique linéaire représente une situation de proportionnalité. Or 1 mm de liquide au fond de la carafe correspond à un petit diamètre, donc un faible volume, tandis qu'un millimètre de liquide vers le milieu de la carafe correspond à un grand diamètre, donc à un volume plus grand.

**EXERCICE 2. (4 points)**

**1**. Faire une figure avec AB = 6 cm.



**2. a)**
Justifier que l'aire du rectangle MDGE est égale à l'aire du triangle BDE.

Aire $_{BDE}$ = $\frac{1}{2}$ BD x EM ; Aire $_{MDGE}$ = MD x ME = $\frac{1}{2}$ BD x EM

**2.b)**
Justifier que l'aire du rectangle MDHF est égale à l'aire du carré ABCD.

Aire $_{ABCD}$ = $\frac{1}{2}$ AC x BD ; Aire $_{MDHF}$ = MD x MH = $\frac{1}{2}$ BD x 2MC
AC = 2MC
Aire $_{MDHF}$ = MD x MH = $\frac{1}{2}$ BD x AC
Aire $_{ABCD}$ = Aire $_{MDHF}$

**2.c)**
En déduire que l'aire du carré ABCD est supérieure à l'aire du triangle BDE.
Aire $_{BDE}$ = Aire $_{MDGE}$
Aire $_{ABCD}$ = Aire $_{MDHF}$
Or Aire $_{MDHF}$ > Aire $_{MDGE}$ donc Aire $_{ABCD}$ > Aire $_{BDE}$

**3.a)**
Exprimer l'aire du triangle BDE en fonction de *c*.

Aire $_{BDE}$ = $\frac{c^2\sqrt{3}}{2}$

**3.b)**
Retrouver le résultat de la question 2.c).

$\frac{\sqrt{3}}{2} < 1$ donc $\frac{c^2\sqrt{3}}{2} < c^2$

**4.**
Déterminer le point P de la demi-droite [MC) tel que l'aire du triangle BDP soit égale à l'aire du carré ABCD.
Si P confondu avec F, Aire $_{BDP}$ = Aire $_{ABCD}$

**EXERCICE 3. (3 points)**

**1.**
Le nombre 123 412 893 135 552 est-il divisible par 4 ?
**OUI :** 52 = 4 x 13

**2.**
**2a)** Justifier que l'on peut écrire $n$ sous la forme $n = 100q + r$, où $q$ et $r$ sont des nombres entiers naturels et $0 \le r < 100$.
Tout nombre n peut faire l'objet d'une division euclidienne, qui s'écrira précisément selon la formule et les conditions ci-dessus.

**2b)** Démontrer que si $r$ est divisible par 4, alors $n$ est divisible par 4.
Si r divisible par 4 , r = 4 x k (k entier)
On a alors n = 100q + 4k = 4 x 25q + 4k = **4 x** (25q + k)

**2c)** Démontrer que si *n* est divisible par 4, alors *r* est divisible par 4.
Si n divisible par 4, $100q + r = 4y$ (y entier)
$r = 4y - 100q = 4y - 4(25q)$
**r = 4** x (y - 25q)

**2d)** En déduire une démonstration du critère de divisibilité par 4.
Les 2 derniers chiffres d'un nombre d'au moins deux chiffres constituent le reste de sa division euclidienne par 100. Il ressort de ce qui précède que si ce reste est divisible par 4, le nombre est divisible par 4.

**3.**
**3 a)** Quel peut être un critère de divisibilité par 8 pour les nombres entiers naturels ayant au moins trois chiffres ? Justifier brièvement.
Un nombre n est divisible par 8 si le nombre formé par ses trois derniers chiffres est divisible par 8
Ses 3 derniers chiffres constituent le reste de la division par 1000 ; on peut alors écrire
n = 1000q + 8k = 8 x 125 + 8k = **8** x (125 + k)

**3b)** Le nombre 123 412 893 135 552 est-il divisible par 8 ?
**OUI** : 552 = 8 x 69

**4.**
**4a)** En généralisant, quel critère de divisibilité concernant les nombres entiers naturels ayant au moins *p* chiffres ( $p \geq 1$) peut-on formuler ? Démontrer.
Un nombre entier naturel ayant au moins p chiffres est divisible par $2^p$ si et seulement si le nombre formé par ses p derniers chiffres est divisible par $2^p$
On a alors $n = 10^p \times q + 2^p \times k = 2^p \times 5^p \times q + 2^p \times k = 2^p \times (5^p q + k)$

**4b)** Quelle est la plus grande puissance de 2 qui divise le nombre 123 412 893 135 552 ?
**$2^6$** (les 6 derniers chiffres sont divisibles par 64 ; les 7 derniers chiffres ne sont pas divisibles par 128)